

文章编号: 1000-8055(2005)04-0595-05

纤维增强复合材料细观温度场计算

孙志刚, 宋迎东, 高德平

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 对高阶理论的原始算法进行了改进, 采用界面的平均温度替代了假设温度函数的系数做为求解的未知量, 并利用了子胞的热传导方程, 建立了热流与平均温度间的关系, 进一步求解出温度场。改进后使求解的方程数目减少了大约60%, 求解时间大大缩短, 并且消除了亚子胞的概念。结果表明, 该方法计算的复合材料细观温度场结果与理论解和有限元解具有较好的一致性。

关键词: 航空、航天推进系统; 复合材料; 温度场; 细观; 高阶理论

中图分类号: TB33

文献标识码: A

Temperature Fields Calculation of Fiber Reinforced Composite at Micro-Level

SUN Zhi-gang, SONG Ying-dong, GAO De-ping

(College of Energy and Power Engineer,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The efficient reformulation of higher-order theory was deduced. In this approach, averaged quantities at the interface were the primary variables, and the averaged quantities were used to replace the coefficient of temperature. By using the heat exchange equations, the relationship between heat flux and average temperature was established, and temperature field was solved. This procedure reduces the number of equations involved and eliminates the concept of generic cells. The temperature fields of fiber reinforced composite at micro-level were calculated. Numerical results agree well with the available results from finite elements and theoretical analysis.

Key words: aerospace propulsion system; composite; temperature fields; micro-level; higher-order theory

复合材料特别是功能梯度材料的成型温度一般都较高, 并且其使用环境一般也都是高温状态。由于各组分的热物性参数是不同的, 因此合成后的复合材料的性质是非均匀的, 从而在材料的使用过程中产生较大的热应力, 可能造成复合材料的失效。因此如何评价复合材料在高温下的热应

力和残余应力是一个重要的课题。分析热载荷作用下的非均匀复合材料的残余应力和热应力具有非常重要的实际意义^[1,2]。而对上述问题的分析首先要准确的预测复合材料的细观温度场。

在复合材料的细观温度场的预测方法中, 基于热力学方程能够直接求解的场合是非常有限

收稿日期: 2004-07-26; 修订日期: 2005-01-21

基金项目: 航空科学基金资助(01C52017)

作者简介: 孙志刚(1976-), 男, 辽宁葫芦岛人, 南京航空航天大学能源与动力学院讲师, 主要从事航空宇航推进理论与工程研究

的,而对复杂的载荷条件以及复杂形状的纤维的求解通常采用的是有限元法以及有限差分法。但该两种方法对复合材料细观温度场的预测要花费较多的时间,并且对多孔的冷却结构的预测较为困难。而传统的细观模型只适用于下列情况: (1) 与夹杂项尺寸相比,温度梯度不是很大; (2) 夹杂项特征尺寸明显小于复合材料的宏观尺寸; (3) 均匀分布或非均匀分布的夹杂项数目很大^[1]。由于上述的缺点,在加上理论方面的不完善,Aboudi等人提出了一种考虑宏细观结合的高阶细观力学模型^[3~6],并与有限元进行了对比,取得了较好的结果。但由于上述的理论模型的求解方程的数目较多,计算效率很低,本文对上述模型进行了改进,采用界面平均量代替假设温度函数的系数做为未知量,降低了求解方程的数目,提高了计算效率。并对纤维增强复合材料的细观温度场进行了预测,与有限元计算结果吻合。

1 改进的高阶理论原理

非匀质复合材料的细观结构在 x_2 - x_3 方向被离散成 $N_\beta \times N_\gamma$ 个子胞,如图 1 所示,其包含的范围为 $0 \leq x_2 \leq h$, $0 \leq x_3 \leq l$ 。在子胞内,假设热力学属性为常量。复合材料在 x_1 方向是无限长,在平面方向,子胞的尺寸为 $h_\beta \times l_\gamma$,且为任意变化。

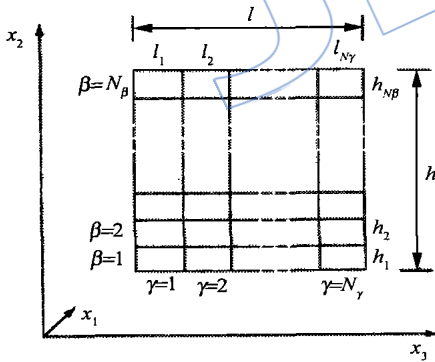


图 1 $N_\beta \times N_\gamma$ 规模单元

Fig 1 Discretization of the repeating unit cell

当考虑了参考温度 T_{ref} , 子胞 (β, γ) 的温度分布 $T^{(\beta, \gamma)}$ 可近似的展开成局部坐标 $\bar{x}_2^{(\beta)}$ 和 $\bar{x}_3^{(\gamma)}$ 的二阶多项式,即:

$$T^{(\beta, \gamma)} = T_{(00)}^{(\beta, \gamma)} + \bar{x}_2^{(\beta)} T_{(10)}^{(\beta, \gamma)} + \bar{x}_3^{(\gamma)} T_{(01)}^{(\beta, \gamma)} + \frac{1}{2} \left[3\bar{x}_2^{(\beta)2} - \frac{h_\beta^2}{4} \right] T_{(20)}^{(\beta, \gamma)} + \frac{1}{2} \left[3\bar{x}_3^{(\gamma)2} - \frac{l_\gamma^2}{4} \right] T_{(02)}^{(\beta, \gamma)} \quad (1)$$

在任意一点通过子胞 (β, γ) 的热流被热传导

的 Fourier 定律所描述,即:

$$q_i^{(\beta, \gamma)} = -k_i^{(\beta, \gamma)} \frac{\partial T^{(\beta, \gamma)}}{\partial \bar{x}_i^{(\gamma)}} \quad (i = 2, 3; \text{不求和}) \quad (2)$$

其中: $k_i^{(\beta, \gamma)}$ 为子胞 (β, γ) 的热传导系数。把假设的温度场函数(1)代入到式(2),可得到热流函数。

改进的高阶理论采用的表面平均量来取代原始算法中温度函数系数做为未知量。因此,每个子胞外表面的平均热流和平均温度在下面被定义。子胞 (β, γ) 左表面的平均热流定义如下:

$$\bar{Q}_2^{(\beta, \gamma)} = \frac{1}{l_\gamma} \int_{l_\gamma/2}^{l_\gamma/2} q_2^{(\beta, \gamma)} \left(-\frac{h_\beta}{2}, \bar{x}_3^{(\gamma)} \right) d\bar{x}_3^{(\gamma)} \quad (3)$$

子胞 (β, γ) 其它表面的平均热流定义与上述的类似

把获得的热流方程代入到式(3)中,进行积分并写成矩阵形式,下面给出部分表达式:

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_2^{(\beta, \gamma)} \\ \bar{Q}_3^{(\beta, \gamma)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3h_\beta}{2} \\ -k_2^{(\beta, \gamma)} & \frac{3h_\beta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{(10)}^{(\beta, \gamma)} \\ T_{(20)}^{(\beta, \gamma)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(4)反映了表面平均热流与细观变量 $T_{mn}^{(\beta, \gamma)}$ 间的关系。与定义表面平均热流类似来定义表面平均温度。子胞 (β, γ) 左表面的平均温度定义如下:

$$\bar{T}_2^{(\beta, \gamma)} = \frac{1}{l_\gamma} \int_{l_\gamma/2}^{l_\gamma/2} T^{(\beta, \gamma)} \left(-\frac{h_\beta}{2}, \bar{x}_3^{(\gamma)} \right) d\bar{x}_3^{(\gamma)} \quad (5)$$

子胞 (β, γ) 其它表面的平均温度定义与上述的相似。

把温度场函数(1)代入到式(5)中并化简以及写成矩阵形式,部分表达式如下:

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{(10)}^{(\beta, \gamma)} \\ \bar{T}_{(20)}^{(\beta, \gamma)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_\beta} & -\frac{1}{h_\beta} \\ \frac{2}{h_\beta^2} & \frac{2}{h_\beta^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{T}_2^{(\beta, \gamma)} \\ \bar{T}_3^{(\beta, \gamma)} \end{bmatrix} - \frac{4}{h_\beta^2} \begin{bmatrix} 0 \\ T_{(00)}^{(\beta, \gamma)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)反映了子胞温度函数一阶项和二阶项系数与表面平均温度和子胞温度函数常数项的关系。

在体积平均意义下,子胞 (β, γ) 的热流必须满足稳定的热传导方程,即:

$$\frac{\partial q_2^{(\beta, \gamma)}}{\partial x_2^{(\beta)}} + \frac{\partial q_3^{(\beta, \gamma)}}{\partial x_3^{(\gamma)}} = 0 \tag{7}$$

把热流方程代入到方程(7), 并进行体积平均和化简得:

$$[k_2 T_{(20)} + k_3 T_{(02)}]^{(\beta, \gamma)} = 0 \tag{8}$$

把式(6)得到的 $T_{(20)}^{(\beta, \gamma)}$ 和 $T_{(02)}^{(\beta, \gamma)}$ 代入到方程(8)并化简得到:

$$T_{(60)}^{(\beta, \gamma)} = \frac{k_2^{(\beta, \gamma)}}{2k^{(\beta, \gamma)}} (\bar{T}_2^+ + \bar{T}_2^-)^{(\beta, \gamma)} + \frac{k_3^{(\beta, \gamma)} h_\beta^2}{2k^{(\beta, \gamma)} l_\gamma^2} (\bar{T}_3^+ + \bar{T}_3^-)^{(\beta, \gamma)} \tag{9}$$

通过式(6)与式(9), 可获得温度函数一阶项和二阶项系数与表面平均温度的关系。把该关系代入到式(6), 可获得细观热传导矩阵:

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_2^+ \\ -\bar{Q}_2^- \\ \bar{Q}_3^+ \\ -\bar{Q}_3^- \end{bmatrix}^{(\beta, \gamma)} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix}^{(\beta, \gamma)} \begin{bmatrix} \bar{T}_2^+ \\ \bar{T}_2^- \\ \bar{T}_3^+ \\ \bar{T}_3^- \end{bmatrix}^{(\beta, \gamma)} \tag{10}$$

其中: κ 与子胞的划分以及子胞的热力学属性相关的量。

在平均意义下, 相邻子胞间的界面温度是连续的, 可以用一个变量来表示, 即:

$$\begin{aligned} \bar{T}_2^+ (\beta, \gamma) &= \bar{T}_2^- (\beta^+ 1, \gamma) = \bar{T}_2^{(\beta^+ 1, \gamma)} \\ \beta &= 1, \cdots, N_{\beta-1} \quad ; \quad \gamma = 1, \cdots, N_\gamma \\ \bar{T}_3^+ (\beta, \gamma) &= \bar{T}_3^- (\beta, \gamma^* 1) = \bar{T}_3^{(\beta, \gamma^* 1)} \\ \beta &= 1, \cdots, N_\beta \quad ; \quad \gamma = 1, \cdots, N_{\gamma-1} \end{aligned}$$

这有 $(N_{\beta-1})N_\gamma + N_\beta(N_{\gamma-1})$ 个未知的子胞界面平均温度。复合材料外边界的表面平均温度为 $\bar{T}_2^{(1, \gamma)}, \bar{T}_2^{(N_{\beta+1}, \gamma)}, \bar{T}_3^{(\beta, 1)}$ 和 $\bar{T}_3^{(\beta, N_{\gamma+1})}$ 。它们是已知的或未知的依赖于所定义的边界处温度或热流。

在平均意义下, 相邻子胞间的界面热流是连续的, 即:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_2^+ (\beta, \gamma) - \bar{Q}_2^- (\beta^+ 1, \gamma) &= 0 \\ \beta &= 1, \cdots, N_{\beta-1} \quad ; \quad \gamma = 1, \cdots, N_\gamma \\ \bar{Q}_3^+ (\beta, \gamma) - \bar{Q}_3^- (\beta, \gamma^* 1) &= 0 \\ \beta &= 1, \cdots, N_\beta \quad ; \quad \gamma = 1, \cdots, N_{\gamma-1} \end{aligned}$$

采用细观热传导矩阵能够得到表面平均温度间的关系为:

$$\begin{aligned} &\kappa_{12}^{(\beta, \gamma)} \bar{T}_2^{(\beta, \gamma)} + (\kappa_{11}^{(\beta, \gamma)} + \kappa_{22}^{(\beta^+ 1, \gamma)}) \bar{T}_2^{(\beta^+ 1, \gamma)} + \\ &\kappa_{22}^{(\beta^+ 1, \gamma)} \bar{T}_2^{(\beta^+ 2, \gamma)} + \kappa_{14}^{(\beta, \gamma)} \bar{T}_3^{(\beta, \gamma)} + \\ &\kappa_{33}^{(\beta, \gamma)} \bar{T}_3^{(\beta, \gamma^* 1)} + \kappa_{24}^{(\beta^+ 1, \gamma)} \bar{T}_3^{(\beta^+ 1, \gamma)} + \\ &\kappa_{23}^{(\beta^+ 1, \gamma)} \bar{T}_3^{(\beta^+ 1, \gamma^* 1)} = 0 \end{aligned} \tag{11a}$$

$$\begin{aligned} &\kappa_{32}^{(\beta, \gamma)} \bar{T}_2^{(\beta, \gamma)} + (\kappa_{31}^{(\beta, \gamma)} \bar{T}_2^{(\beta^+ 1, \gamma)} + \\ &\kappa_{42}^{(\beta, \gamma^* 1)} \bar{T}_2^{(\beta, \gamma^* 1)} + \kappa_{41}^{(\beta, \gamma^* 1)}) \bar{T}_2^{(\beta^+ 1, \gamma^* 1)} + \\ &\kappa_{34}^{(\beta, \gamma)} \bar{T}_3^{(\beta, \gamma)} + (\kappa_{33}^{(\beta, \gamma)} + \kappa_{44}^{(\beta, \gamma^* 1)}) \bar{T}_3^{(\beta, \gamma^* 1)} + \\ &\kappa_{43}^{(\beta, \gamma^* 1)} \bar{T}_3^{(\beta, \gamma^* 2)} = 0 \end{aligned} \tag{11b}$$

式(11)共有 $(N_{\beta-1})N_\gamma + N_\beta(N_{\gamma-1})$ 个关于界面平均温度和边界平均温度的关系表达式。

在复合材料的边界处, 需要有 $2(N_{\beta+1} + N_\gamma)$ 个子胞的温度或热流需要被给出。这又增加了 $2(N_{\beta+1} + N_\gamma)$ 个关于未知表面平均温度的方程, 这些方程可以从给定的边界条件给出。为使解唯一, 至少要定义边界上某点的温度。

把上述方程写成矩阵形式如下:

$$\kappa \bar{T} = \bar{Q} \tag{12}$$

其中矩阵 κ 为细观热传导矩阵综合得到的宏观热传导矩阵, 该矩阵包含了每个子胞的几何结构信息以及热传导信息。 $\bar{T}$ 为包含子胞界面平均温度以及复合材料边界的平均温度的矩阵, 形式为:

$$\bar{T} = [\bar{T}_2^{(1)}, \cdots, \bar{T}_2^{(N_\beta)}, \bar{T}_3^{(1)}, \cdots, \bar{T}_3^{(N_\beta)}]$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{T}_2^{(\gamma)} &= [\bar{T}_2^{(1, \gamma)}, \cdots, \bar{T}_2^{(N_{\beta+1}, \gamma)}] \\ \bar{T}_3^{(\beta)} &= [\bar{T}_3^{(\beta, 1)}, \cdots, \bar{T}_3^{(\beta, N_{\gamma+1})}] \end{aligned}$$

矩阵 $\bar{Q}$ 主要是由复合材料边界分段热流以及 0 组成, 即:

$$\bar{Q} = [\bar{Q}_2^{(1)}, \cdots, \bar{Q}_2^{(N_\beta)}, \bar{Q}_3^{(1)}, \cdots, \bar{Q}_3^{(N_\beta)}]$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_2^{(\gamma)} &= [\bar{Q}_2^{(1, \gamma)}, 0, \cdots, 0, \bar{Q}_2^{(N_{\beta+1}, \gamma)}] \\ \bar{Q}_3^{(\beta)} &= [\bar{Q}_3^{(\beta, 1)}, 0, \cdots, 0, \bar{Q}_3^{(\beta, N_{\gamma+1})}] \end{aligned}$$

对方程(12)求解后就可以得到子胞界面的平均温度以及边界处的平均温度, 在利用平均温度与子胞温度函数系数关系即可得到复合材料的温度场。

2 算例分析

2.1 一维多层结构的温度场预测

本文给出一个多层的平板结构, 其中两边为绝热的边界条件, 另两边温度分别为 300°C 和 100°C , 同时计算时选取的 $h_1/h_2 = 1$ 以及同时每层材料为各向同性的, 热传导系数之比为 $150/14$, 详见图 2 所示。图 3 为本文方法计算得到的结

果与理论结果的对比。

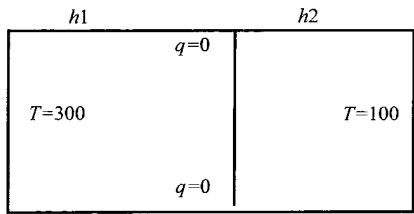


图 2 一维多层结构示意图

Fig 2 One-dimension multilayer structure

2.2 各种纤维形状以及排列方式的复合材料的温度场的预测

给出了纤维的形状为方形、圆形及为方形排列、方形对角排列和六角形排列几种情况^[8,9]有限元计算的等值线和本文方法计算的等值线图,其

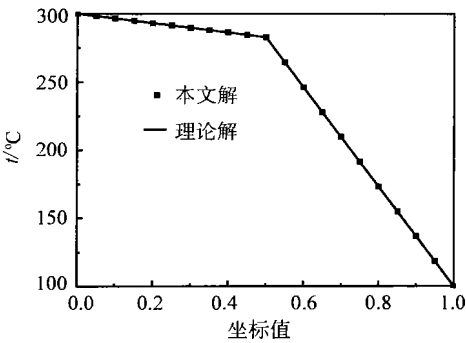
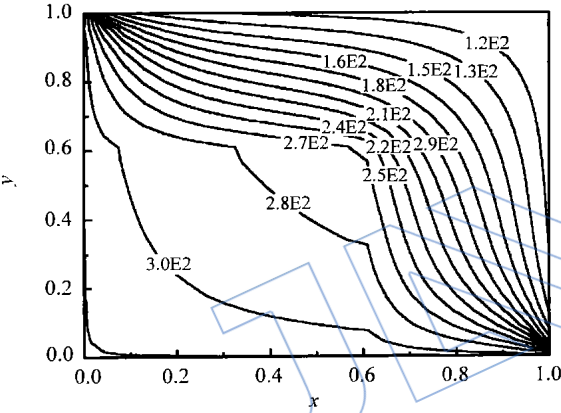


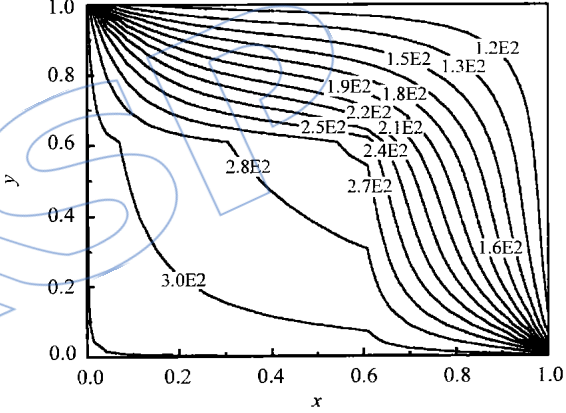
图 3 结果对比图

Fig 3 Comparison of results

中的边界条件为左边和下边的温度为 300°C, 右边和上边的边界条件为 100°C, 详见图 4~ 图 7。可见本文的计算结果与有限元法的计算结果相当吻合。



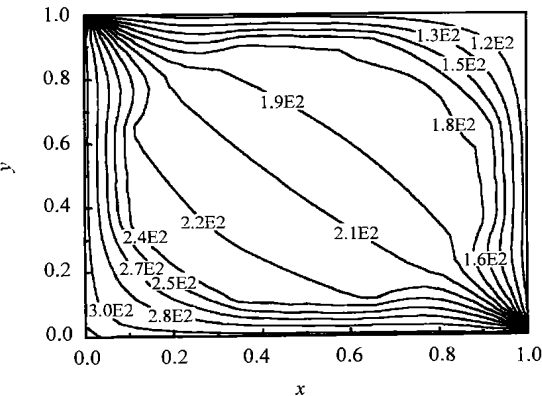
(a) 本文方法计算得到的结果



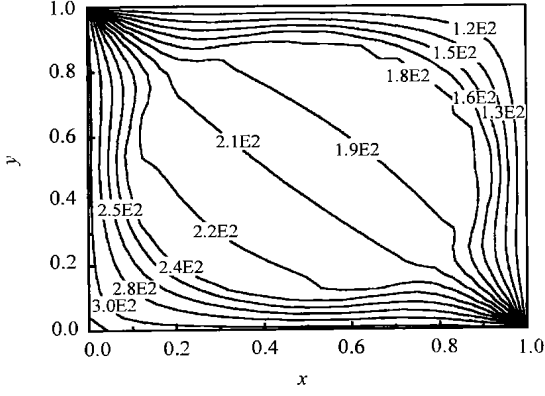
(b) 有限元计算的结果

图 4 方形纤维的温度场分布

Fig 4 Temperature fields of repeating unite cell w ith square fiber



(a) 本文方法计算得到的结果



(b) 有限元计算的结果

图 5 圆形纤维的温度场分布

Fig 5 Temperature fields of repeating unite cell w ith circular fiber

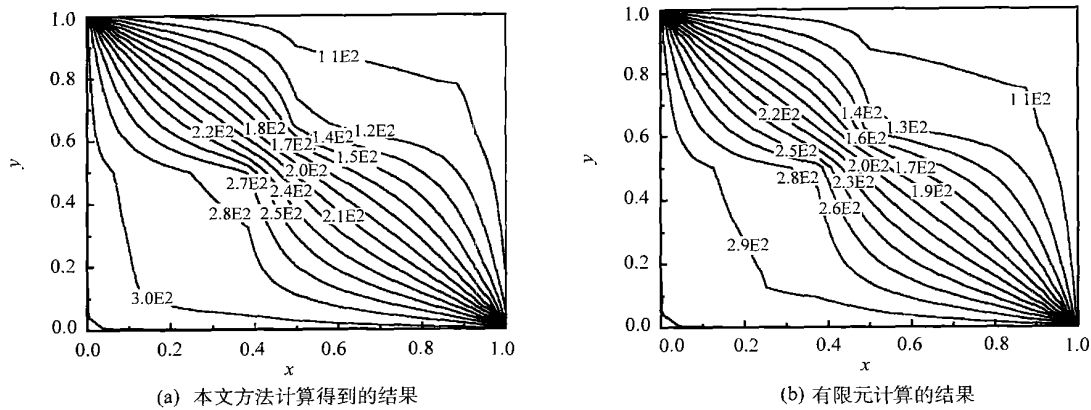


图 6 方形对角排列的温度场分布

Fig 6 Temperature fields of repeating unite cell with square diagonal pack

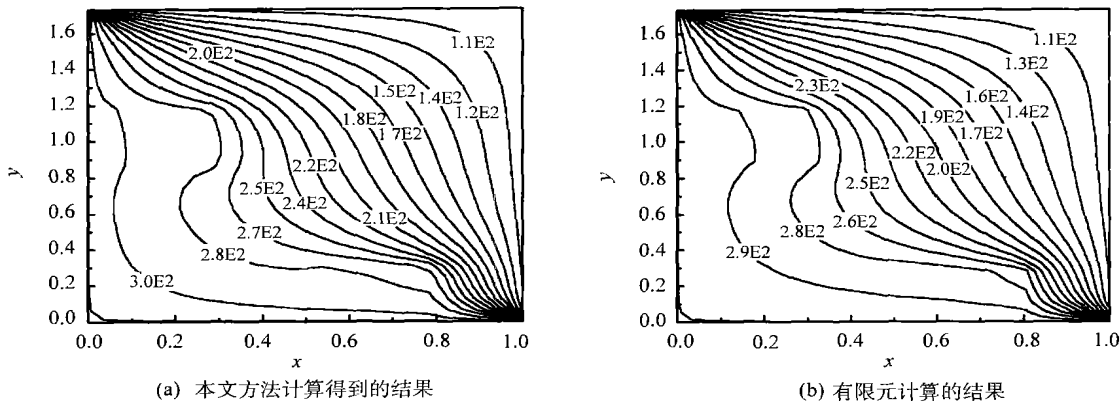


图 7 六角形排列的温度场分布

Fig 7 Temperature fields of repeating unite cell with hexagonal pack

3 结 论

本文对高阶理论的方法进行了改进,改进后使求解方程数目减少了大约 60%,使求解的时间进一步降低。同时消除了原始算法中的亚子胞的概念,使分网进一步简化。利用该模型对复合材料的温度场进行了预测,表明该法与理论解和有限元解具有较好的一致性。同时还可以利用该模型对较复杂的形状的纤维以及排列方式的复合材料温度场进行预测,为热应力的分析提供较准确的温度场。

参考文献

[1] 王保林,韩杰才,张幸红 非均匀材料力学[M] 北京: 科学出版社,2003

[2] 王保林,韩杰才,杜善义 热冲击作用下基底/涂层结构的热应力分析与结构优化[J] 复合材料学报,1999,16(1): 125~130

Wang Bao-lin, Han Jie-cai, Du Shan-yi Thermal Stress Analysis and Optimization of Substrate/coating Structure

under Thermal Shock[J] 复合材料学报,1999,16(1): 125~130

[3] Aboudi J, Pinder M J, Arnold S M. Higher-Order Theory for Functionally Graded Materials[J] Composites Part B, 1999, 33(8): 777~832

[4] Aboudi J, Pinder M J, Arnold S M. Thermoelastic Response of Metal Matrix Composites with Large-Diameter Fibers Subjected to Thermal Gradients[R] NASA TM-106344, 1993

[5] Aboudi J, Pinder M J, Arnold S M. Microstructural Optimization of Functionally Graded Composites Subjected to a Thermal Gradient Via the Coupled Higher-Order theory [J] Composites Part B, 1997, 28(1-2): 93~108

[6] Aboudi J, Pinder M J, Arnold S M. Thermo-Inelastic Response of Functionally Graded Composites[J] International Journal of Solids and Structures, 1995, 32(12): 1675~1710

[7] Yogesh Bansal, Marek-Jerzy Pinder Efficient Reformulation of the Thermoelastic Higher-Order Theory for Functionally Graded Materials[J] Journal of Thermal Stresses, 2003, 26(11/12): 1055~1092

[8] 雷友锋 纤维增强金属基复合材料宏-细观统一本构模型及应用研究[D] 南京: 南京航空航天大学,2002

[9] 孙志刚,宋迎东,高希光,等 细观结构对复合材料热膨胀系数的影响研究[J] 应用力学学报,2004,21(2): 146~150

Sun Zhigang, Song Yingdong, Gao Xiguang etc Influence of Micro-Structural Geometry on Thermal Expansion Coefficient of Composites[J] Chinese Journal of Applied Mechanics, 2004, 21(2): 146~150